CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD **PESEL**

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-100.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **2 czerwca 2021 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

EMAP-R0-**100**-2106

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 25 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
6. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
7. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
8. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
9. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $\left(\left(\sqrt{3}-1\right)^2-\left(\sqrt{3}+1\right)^2\right)^3$ jest równa

A. 512 **B.** 0 **C.** $-24\sqrt{3}$ **D.** $-192\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

Granice $\lim_{n\to\infty}\frac{an^2+bn+4}{n+1}$ i $\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{an^2+bn+4}$ są równe. Stąd wynika, że

A. $a=0$ i $b=0$

B. $|a|=1$ i $b=0$

C. $|a|=1$ i $|b|=1$

D. $a=0$ i $|b|=1$

Zadanie 3. (0–1)

Wektory $\vec{a}=[m-2, m+2]$ oraz $\vec{b}=[m^{1,5}, 2^{1,5}]$ mają równe długości wtedy i tylko wtedy, gdy

A. $m=0$ lub $m=4$

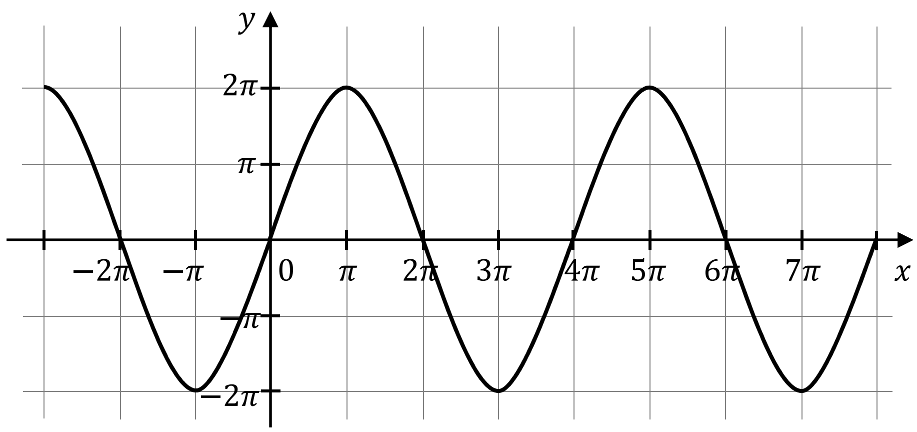
B. $m=0$ lub $m=2$

C. $m=2$

D. $m=2$ lub $m=4$

Zadanie 4. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pewnej funkcji f określonej dla każdej liczby rzeczywistej x. Jeden z podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji f.



A. $f(x)=2\sin(2x)$

B. $f(x)=2\pi\cdot\sin(2x)$

C. $f(x)=2\sin\left(\frac{x}{2}\right)$

D. $f(x)=2\pi\cdot\sin\left(\frac{x}{2}\right)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 5. (0–2)

Wynikiem dzielenia wielomianu $5x^3 - 7x^2 - 4x - 4$ przez dwumian $x - 2$ jest trójmian kwadratowy postaci $ax^2 + bx + c$.

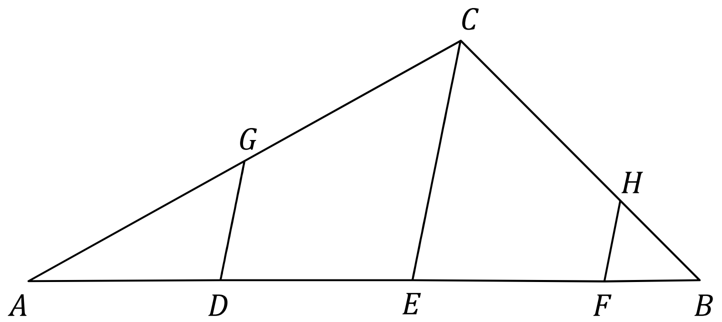
W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – wartości współczynników a, b oraz c.

Zadanie 6. (0–3)

Niech $\log_2 9 = c$. Wykaż, że $\log_3 54 = \frac{3c+2}{c}$.

Zadanie 7. (0–3)

Dany jest trójkąt ABC. Na boku AB tego trójkąta obrano punkty D, E i F tak, że $|AD| = |DE| = |EF| = 2|FB|$. Na bokach AC i BC obrano – odpowiednio – punkty G i H tak, że $DG \parallel EC$ oraz $FH \parallel EC$ (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli pole trójkąta FBH jest równe S, to pole trójkąta ADG jest równe $3S$.



Zadanie 8. (0–4)

Rozwiąż równanie $2\cos^2 x - \cos x = \sin(2x) - \sin x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

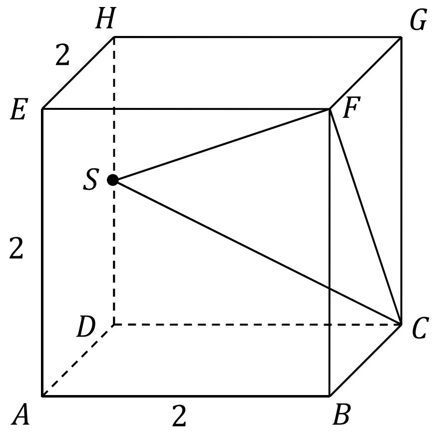
Zadanie 9. (0–4)

Dane są prosta k o równaniu $x - 2y = 0$ i prosta l o równaniu $2x + y - 1 = 0$. Punkt P leży na prostej o równaniu $y = x + 4$. Odległość punktu P od prostej k jest dwa razy większa niż odległość punktu P od prostej l. Oblicz współrzędne punktu P.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–4)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 2. Punkt S jest środkiem krawędzi DH (zobacz rysunek). Oblicz miarę najmniejszego kąta wewnętrznego trójkąta CFS.



Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

W pewnym telewizyjnym programie bierze udział trzech sportowców i pewna liczba aktorów. W trakcie tego programu uczestnicy siadają na fotelach w rzędzie, naprzeciw prowadzącego (liczba foteli jest równa liczbie uczestników). Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że cała trójka sportowców będzie siedziała obok siebie przy losowym wyborze miejsc jest równe $\frac{1}{15}$. Oblicz, ilu aktorów bierze udział w tym programie.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$(x-3)(x^2+(m-1)x-6m^2+2m)=0$$

ma dokładnie dwa rozwiązania.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–5)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{x^3+k}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.
Oblicz wartość k, dla której prosta o równaniu $y = -x$ jest styczna do wykresu funkcji f.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–5)

Na okręgu jest opisany czworokąt $ABCD$. Bok AD tego czworokąta jest dwa razy dłuższy od boku AB, a przekątna BD ma długość równą 6. Ponadto spełnione są następujące warunki:

$$\cos(\sphericalangle ADB) = \frac{7}{8}, \quad |\sphericalangle BCD| = 90^\circ \quad \text{oraz} \quad |AB| > \sqrt{15}.$$

Oblicz długość boku BC tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie trójkąty prostokątne ABC o przeciwprostokątnej AB i obwodzie równym 4. Niech $x = |AC|$.

a) Wykaż, że pole P trójkąta ABC jako funkcja zmiennej x jest określone wzorem

$$P(x) = \frac{x(4-2x)}{4-x}$$

b) Wyznacz dziedzinę funkcji P.

c) Oblicz długości boków tego z rozpatrywanych trójkątów, który ma największe pole. Oblicz to największe pole.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)