CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**
Formy arkusza:	EMAP-P0-100-2206, EMAP-P0-200-2206, EMAP-P0-300-2206, EMAP-P0-400-2206, EMAP-P0-600-2206, EMAP-P0-700-2206, EMAP-P0-Q00-2206
Termin egzaminu:	2 czerwca 2022 r.
Data publikacji dokumentu:	28 czerwca 2022 r.

Uwaga:
Gdy wymaganie egzaminacyjne dotyczy treści z III etapu edukacyjnego – dopisano „G”.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

[1] Załącznik nr 2 do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 20 marca 2020 r. w sprawie szczególnych rozwiązań w okresie czasowego ograniczenia funkcjonowania jednostek systemu oświaty w związku z zapobieganiem, przeciwdziałaniem i zwalczaniem COVID-19 (Dz.U. poz. 493, z późn. zm.).

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.8) wykonuje obliczenia procentowe […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 4.4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(-x)$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.6) korzysta z własności iloczynu przy rozwiazywaniu równań typu $x(x+1)(x-7)=0$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: G8.3) odczytuje z wykresu funkcji: […] argumenty dla danej wartości funkcji […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 5.1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 5.3) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 16. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 6.3) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 17. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 7.1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 18. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 7.3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 19. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 7.4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 20. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: G7.3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 21. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: G10.8) korzysta z własności kątów i przekątnych w […] trapezach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 22. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 23. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 24. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: G11.1) rozpoznaje graniastosłupy […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 25. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: G11.2) oblicza pole powierzchni […] ostrosłupa.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 26. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 10.1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 27. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 10.2) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 28. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: G9.3) wyznacza […] medianę zestawu danych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

ZADANIA OTWARTE

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający poprawnie rozwiąże zadanie i otrzyma poprawny wynik, lecz w końcowym zapisie przekształca ten wynik i popełnia przy tym błąd, to może uzyskać maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli zdający popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 29. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania

Rozwiązanie nierówności kwadratowej składa się z dwóch etapów.
Pierwszy etap to wyznaczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego $-3x^2-10x+8$.
Drugi etap to zapisanie zbioru rozwiązań nierówności kwadratowej $-3x^2-10x+8 \geq 0$.

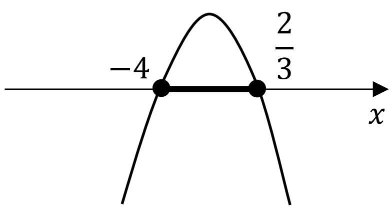
Zdający otrzymuje .... 1 p.
gdy poprawnie zrealizuje pierwszy etap rozwiązania, tj. obliczy/poda pierwiastki trójmianu kwadratowego $-3x^2-10x+8$: $x_1=-4$ oraz $x_2=\frac{2}{3}$.

Zdający otrzymuje .... 2 p.
gdy spełni warunki określone w zasadach oceniania za 1 pkt oraz poprawnie zrealizuje drugi etap rozwiązania, tj.:

- poda zbiór rozwiązań nierówności: $\left\langle -4, \frac{2}{3} \right\rangle$ lub $x \in \left\langle -4, \frac{2}{3} \right\rangle$

ALBO

- poda zbiór rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów



Uwagi:
1. Jeżeli zdający, realizując pierwszy etap rozwiązania zadania, popełni błąd (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionego błędu zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający wyznacza pierwiastki trójmianu kwadratowego w przypadku, gdy błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik Δ jest ujemny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
3. Jeżeli zdający, rozpoczynając realizację pierwszego etapu rozwiązania, rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia (np. $-3x^2+8$) i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność (np. $-3x^2+8\geq 0$), to oznacza, że nie podjął realizacji 1. etapu rozwiązania i otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
4. Akceptowane jest zapisanie pierwiastków trójmianu w postaci $a+b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi.
5. Jeżeli zdający poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów oraz zapisze: $x\in\left(-4,\ \frac{2}{3}\right)$, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający pomyli porządek liczb na osi liczbowej, np. zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $\left\langle\frac{2}{3},-4\right\rangle$, to przyznajemy **2 punkty**.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Pierwszy etap rozwiązania
Zapisujemy nierówność w postaci $-3x^2-10x+8\geq 0$ i obliczamy pierwiastki trójmianu $-3x^2-10x+8$.
Obliczamy wyróżnik tego trójmianu: $\Delta=196$ i stąd $x_1=-4$ oraz $x_2=\frac{2}{3}$,

ALBO

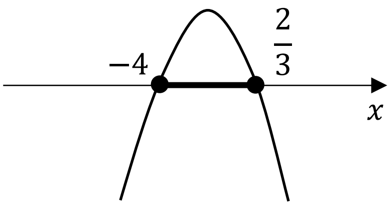
zauważamy, że liczba (-4) jest pierwiastkiem trójmianu $-3x^2-10x+8$ i stosujemy wzory Viète'a:
$x_1+x_2=-\frac{10}{3}$ oraz $x_1\cdot x_2=-\frac{8}{3}$, więc $x_1=-4$ oraz $x_2=\frac{2}{3}$,

ALBO

podajemy pierwiastki trójmianu $-3x^2-10x+8$ bezpośrednio, zapisując je lub zaznaczając je na wykresie: $x_1=-4$ oraz $x_2=\frac{2}{3}$.

Drugi etap rozwiązania

Podajemy zbiór rozwiązań nierówności: $\left\langle -4, \frac{2}{3} \right\rangle$ lub $x \in \left\langle -4, \frac{2}{3} \right\rangle$ lub zaznaczamy zbiór rozwiązań na osi liczbowej



Zadanie 30. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

Zdający otrzymuje .... 1 p.
gdy przekształci nierówność $\left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y\right)^2 < \frac{x^2 + 4y^2}{5}$ do postaci $c \cdot [W(x, y)]^2 > 0$ lub $-c \cdot [W(x, y)]^2 < 0$ (gdzie W jest wielomianem, $c > 0$).

Zdający otrzymuje .... 2 p.
gdy przeprowadzi pełne rozumowanie, tj. spełni warunek określony w zasadach oceniania za 1 pkt i, korzystając z założenia, przeprowadzi wnioskowanie o prawdziwości tezy.

Uwaga:
Jeśli zdający sprawdza prawdziwość nierówności tylko dla wybranych wartości x i y, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przekształcamy równoważnie nierówność $\left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y\right)^2 < \frac{x^2 + 4y^2}{5}$:

$$\left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y\right)^2 < \frac{x^2 + 4y^2}{5}$$

$$\frac{1}{25}x^2 + \frac{8}{25}xy + \frac{16}{25}y^2 < \frac{x^2 + 4y^2}{5}$$

$$x^2 + 8xy + 16y^2 < 5x^2 + 20y^2$$

$$-4x^2 + 8xy - 4y^2 < 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 > 0$$

$$(x - y)^2 > 0$$

Z założenia wiadomo, że $x \neq y$, więc $(x - y)^2$ jest liczbą dodatnią jako kwadrat liczby rzeczywistej $x - y$ różnej od zera. Ponieważ nierówność $(x - y)^2 > 0$ jest prawdziwa, więc nierówność $\left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y\right)^2 < \frac{x^2 + 4y^2}{5}$ również jest prawdziwa. To należało pokazać.

Zadanie 31. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 4.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania

Zdający otrzymuje .... 1 p.
gdy:

- zapisze wzór funkcji f w postaci iloczynowej/kanonicznej z uwzględnieniem informacji, że liczba 2 jest jedynym miejscem zerowym funkcji: $f(x) = a(x-2)^2$

ALBO

- skorzysta z własności funkcji kwadratowej i zapisze wartość wyrazu wolnego funkcji f, np. $c = 8$, $f(x) = ax^2 + bx + 8$,

ALBO

- zapisze równanie $b^2 - 4ac = 0$ lub $-\frac{b}{2a} = 2$.

Zdający otrzymuje .... 2 p.
gdy zastosuje poprawną metodę i zapisze wzór funkcji f z poprawnymi wartościami współczynników, np.: $f(x) = 2x^2 - 8x + 8$, $f(x) = 2(x-2)^2$.

Przykładowe pełne rozwiązania

<u>Sposób 1.</u>
Zapisujemy wzór funkcji f w postaci iloczynowej/kanonicznej: $f(x) = a(x-2)^2$,
gdzie $a \neq 0$. Ponieważ $f(0) = 8$, więc $8 = a(0-2)^2$, skąd $a = 2$.
Zatem $f(x) = 2(x-2)^2$.

<u>Sposób 2.</u>
Zapisujemy wzór funkcji f w postaci ogólnej: $f(x) = ax^2 + bx + c$,
gdzie $a \neq 0$ oraz $b, c \in \mathbb{R}$. Ponieważ $f(0) = 8$, więc $c = 8$. Funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe równe 2, więc
$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ i $x_0 = -\frac{b}{2a} = 2$.
Zatem $b^2 - 4a \cdot 8 = 0$ i $b = -4a$. Stąd otrzymujemy $(-4a)^2 - 4a \cdot 8 = 0$.
Rozwiązujemy równanie $(-4a)^2 - 4a \cdot 8 = 0$:

$$(-4a)^2 - 4a \cdot 8 = 0$$

$$16a^2 - 32a = 0$$

$$16a(a-2) = 0$$

$$a = 0 \quad \text{lub} \quad a = 2$$

Funkcja f jest kwadratowa, więc $a = 2$ i wówczas $b = -4a = -8$.
Zapisujemy wzór funkcji f w postaci ogólnej: $f(x) = 2x^2 - 8x + 8$.

Zadanie 32. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.7) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych […].

Zasady oceniania

Zdający otrzymuje .... 1 p.
gdy:
- zapisze równanie z niewiadomą x, wynikające z zastosowania definicji/własności ciągu geometrycznego, np. $(3x+2)^2 = x \cdot (9x+16)$

ALBO
- zapisze dwa równania z dwiema niewiadomymi (z których jedną jest x), wynikające z treści zadania, np. $3x+2 = x \cdot q$ oraz $9x+16 = x \cdot q^2$.

Zdający otrzymuje .... 2 p.
gdy spełni kryterium z zasad oceniania za 1 pkt i obliczy wszystkie wartości x, dla których ciąg $(x, 3x+2, 9x+16)$ jest geometryczny: $x=1$.

Uwaga:
Jeżeli zdający zapisze tylko $x=1$, to otrzymuje **0 punktów**.

Przykładowe pełne rozwiązania

<u>Sposób 1.</u>
Ponieważ ciąg $(0,2,16)$ nie jest geometryczny, więc $x \neq 0$. Ciąg $\left(-\frac{2}{3}, 0, 10\right)$ nie jest geometryczny, więc $x \neq -\frac{2}{3}$. Korzystamy z definicji/własności ciągu geometrycznego i zapisujemy równanie

$$\frac{3x+2}{x} = \frac{9x+16}{3x+2}$$

Stąd dalej otrzymujemy

$$(9x+16)x = (3x+2)^2$$

$$9x^2+16x = 9x^2+12x+4$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

<u>Sposób 2.</u>
Korzystamy z własności ciągu geometrycznego i zapisujemy równanie

$$x \cdot (9x + 16) = (3x + 2)^2$$

Stąd otrzymujemy dalej

$$9x^2 + 16x = 9x^2 + 12x + 4$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

Ciąg $(1, 5, 25)$ jest geometryczny, więc $x = 1$.

<u>Sposób 3.</u>
Niech q oznacza iloraz ciągu geometrycznego. Stosujemy wzór na n–ty wyraz ciągu i otrzymujemy równania

$$3x + 2 = x \cdot q \quad \text{oraz} \quad 9x + 16 = x \cdot q^2$$

Liczba $x = 0$ nie spełnia żadnego z tych dwóch równań, więc $x \neq 0$. Zatem

$$q = \frac{3x+2}{x} \quad \text{oraz} \quad 9x + 16 = x \cdot q^2$$

Stąd dalej otrzymujemy

$$9x + 16 = x \cdot \left(\frac{3x + 2}{x}\right)^2$$

$$(9x + 16)x = (3x + 2)^2$$

$$9x^2 + 16x = 9x^2 + 12x + 4$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

Ciąg $(1, 5, 25)$ jest geometryczny, więc $x = 1$.

Zadanie 33. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 7.3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów.

Zasady oceniania

Zdający otrzymuje .... 1 p.
gdy:

- obliczy długość przekątnej AC: $|AC| = 10$

ALBO

- zapisze, że trójkąty DCA i CAB są podobne,

ALBO

- zapisze związek między długościami odpowiednich boków trójkątów DCA i CBA wynikający z podobieństwa tych trójkątów, np. $\frac{|AD|}{|AC|} = \frac{|BC|}{|BA|}$.

Zdający otrzymuje .... 2 p.
gdy zastosuje poprawną metodę wyznaczenia długości ramienia AD i otrzyma poprawny wynik: $|AD| = 10 \cdot \frac{24}{26}$.

Przykładowe pełne rozwiązania

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa i obliczamy długość przekątnej AC trapezu:

$$|AC|^2 + |BC|^2 = |AB|^2$$

$$|AC|^2 + 24^2 = 26^2$$

$$|AC| = \sqrt{100} = 10$$

Ponieważ AB oraz CD są równoległe, więc kąty naprzemianległe CAB oraz DCA mają równe miary. Z równości $|\sphericalangle CAB| = |\sphericalangle DCA|$ oraz $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle CDA| = 90°$ otrzymujemy $|\sphericalangle CBA| = |\sphericalangle DAC|$. Zatem trójkąty DCA i CAB są podobne na podstawie cechy *kkk* podobieństwa trójkątów. Stąd

$$\frac{|AD|}{|AC|} = \frac{|BC|}{|BA|}$$

$$\frac{|AD|}{10} = \frac{24}{26}$$

$$|AD| = \frac{120}{13}$$

Zadanie 34. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 10.2) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Zasady oceniania

Zdający otrzymuje .... 1 p.
gdy:
- wypisze wszystkie zdarzenia elementarne lub poda ich liczbę: $|\Omega| = 46$

ALBO
- wypisze wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A i nie wypisze żadnego niewłaściwego: $56, 63, 70, 77, 84, 91, 98$,

ALBO
- zapisze liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A| = 7$,

ALBO
- sporządzi fragment drzewa doświadczenia składający się jedynie z 7 istotnych gałęzi,

ALBO
- zapisze tylko $P(A) = \frac{7}{46}$.

Zdający otrzymuje .... 2 p.
gdy spełni warunki określone w zasadach oceniania za 1 punkt oraz zastosuje poprawną metodę obliczenia prawdopodobieństwa zdarzenia A i uzyska poprawny wynik:
$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{7}{46}$.

Uwagi:
1. Jeżeli zdający zapisuje tylko liczby 46 lub 7 i z rozwiązania nie wynika znaczenie tych liczb, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający rozpatruje inne niż podane w treści zadania doświadczenie losowe, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

<u>Sposób 1.</u> (*klasyczna definicja prawdopodobieństwa*)
Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie liczby naturalne dwucyfrowe większe od 53.

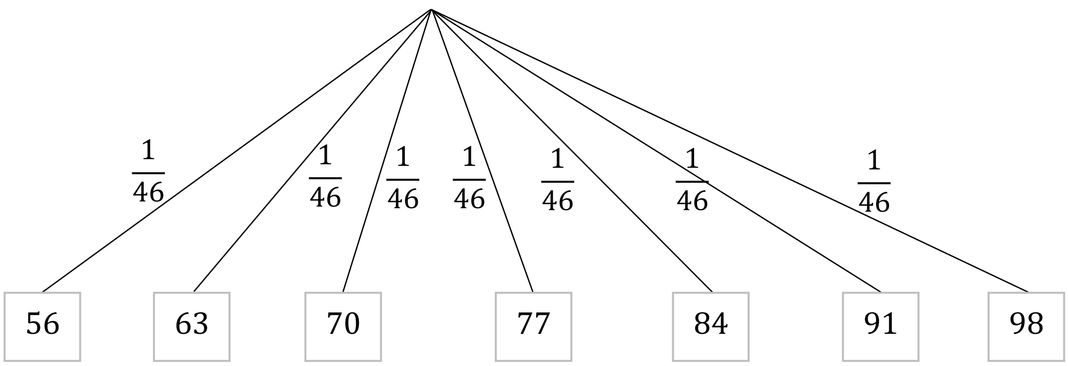
Liczba wszystkich zdarzeń elementarnych jest równa $|\Omega| = 99 - 53 = 46$.

Zdarzeniu A sprzyjają następujące zdarzenia elementarne: $56, 63, 70, 77, 84, 91, 98$, więc $|A| = 7$.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{7}{46}$.

<u>Sposób 2.</u> (*drzewo stochastyczne*)

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie liczby naturalne dwucyfrowe większe od 53.
Liczba wszystkich zdarzeń elementarnych jest równa $|\Omega| = 99 - 53 = 46$.
Rysujemy fragment drzewa stochastycznego rozważanego doświadczenia, które zawiera 7 istotnych gałęzi, które odpowiadają zdarzeniom elementarnym sprzyjającym zdarzeniu A.



Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

$$P(A) = \frac{1}{46} + \frac{1}{46} + \frac{1}{46} + \frac{1}{46} + \frac{1}{46} + \frac{1}{46} + \frac{1}{46} = \frac{7}{46}$$

Zadanie 35. (0–5)

Wymagania egzaminacyjne 2022	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 8.1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); 8.3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; 8.4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.

Zasady oceniania

Zdający otrzymuje .... 1 p.
gdy spełni jeden z poniższych warunków:

1) obliczy lub poda współrzędne wierzchołka B: $B = (9, 1)$
2) obliczy współczynnik kierunkowy prostej AB (AS): $a_{AB} = a_{AS} = \frac{1}{2}$
3) zapisze współrzędne wierzchołka C w zależności od jednej zmiennej, np. $C = (x, x + 10)$.

Zdający otrzymuje .... 2 p.
gdy spełni dwa z warunków 1)–3) określonych w zasadach oceniania za 1 pkt.

Zdający otrzymuje .... 3 p.
gdy:

- obliczy współrzędne wierzchołka B i wyznaczy równanie prostej CS: $B = (9,1)$, $y = -2(x - 5) - 1$

ALBO

- obliczy współrzędne wierzchołka B i zapisze równanie z dwiema niewiadomymi (współrzędnymi wierzchołka C): $B = (9,1)$ oraz
$$\left(\sqrt{(x-1)^2 + \left(y - (-3)\right)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x-9)^2 + (y-1)^2}\right)^2,$$

ALBO

- zapisze $C = (x, x + 10)$ oraz
$$\left(\sqrt{(1-5)^2 + \left(-3 - (-1)\right)^2}\right)^2 + \left(\sqrt{(x-5)^2 + \left(y - (-1)\right)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x-1)^2 + (y - (-3)^2}\right)^2$$

Zdający otrzymuje .... 4 p.
gdy:

- obliczy współrzędne wierzchołka B i zapisze równanie z jedną niewiadomą (współrzędną wierzchołka C): $B=(9,1)$ oraz $-2x+9=x+10$ lub
$$\left(\sqrt{(x-1)^2+\left(x+10-(-3)\right)^2}\right)^2=\left(\sqrt{(x-9)^2+(x+10-1)^2}\right)^2,$$ lub
$$\left(\sqrt{(1-5)^2+\left(-3-(-1)\right)^2}\right)^2+\left(\sqrt{(x-5)^2+\left(x+10-(-1)\right)^2}\right)^2$$
$$=\left(\sqrt{(x-1)^2+(x+10-(-3)^2}\right)^2$$

ALBO

- obliczy współrzędne wierzchołka C i nie obliczy poprawnie współrzędnych wierzchołka B: $C=\left(-\frac{1}{3},\frac{29}{3}\right)$.

Zdający otrzymuje .... 5 p.
gdy zastosuje poprawną metodę wyznaczenia współrzędnych punktów B i C oraz zapisze poprawny wynik: $B=(9,1)$, $C=\left(-\frac{1}{3},\frac{29}{3}\right)$.

Uwaga:
Jeśli zdający błędnie obliczy współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do AB i konsekwentnie rozwiąże zadanie do końca, to za całe rozwiązanie może otrzymać co najwyżej **2 punkty**.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (symetralna odcinka)
Korzystamy ze wzorów na współrzędne środka odcinka i obliczamy współrzędne punktu $B=(x_B,y_B)$:

$$\frac{x_A+x_B}{2}=x_S \quad \text{i} \quad \frac{y_A+y_B}{2}=y_S$$
$$\frac{1+x_B}{2}=5 \quad \text{i} \quad \frac{-3+y_B}{2}=-1$$
$$x_B=9 \quad \text{i} \quad y_B=1$$

Zatem $B=(9,1)$.

Ponieważ $|AC|=|BC|$, więc wierzchołek C leży na prostej prostopadłej do AB (do AS) i jednocześnie przechodzącej przez punkt S.
Wyznaczamy współczynnik kierunkowy prostej AB (AS):

$$a_{AB}=a_{AS}=\frac{-1-(-3)}{5-1}=\frac{1}{2}$$

Stąd współczynnik kierunkowy prostej CS jest równy $a_{CS} = -\frac{1}{a_{AB}} = -2$. Zapisujemy równanie prostej CS: $y = -2(x-5)-1$, czyli $y = -2x+9$.
Punkt C jest punktem przecięcia prostej CS z prostą o równaniu $y = x+10$, więc współrzędne punktu $C = (x_C, y_C)$ spełniają równania

$$y_C = x_C + 10 \quad \text{oraz} \quad y_C = -2x_C + 9$$

Stąd otrzymujemy

$$x_C + 10 = -2x_C + 9 \quad \text{oraz} \quad y_C = x_C + 10$$

$$x_C = -\frac{1}{3} \quad \text{oraz} \quad y_C = -\frac{1}{3} + 10 = \frac{29}{3}$$

Zatem $C = \left(-\frac{1}{3}, \frac{29}{3}\right)$.

<u>Sposób 2.</u> (równość długości ramion)
Współrzędne punktu B wyznaczamy tak, jak w sposobie 1.
Wierzchołek $C = (x_C, y_C)$ leży na prostej o równaniu $y = x+10$, więc $C = (x_C, x_C+10)$.
Ponieważ $|AC| = |BC|$, więc

$$\left(\sqrt{(x_C-1)^2 + \left(y_C-(-3)\right)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x_C-9)^2 + (y_C-1)^2}\right)^2$$

Stąd otrzymujemy dalej

$$\left(\sqrt{(x_C-1)^2 + \left(x_C+10-(-3)\right)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x_C-9)^2 + (x_C+10-1)^2}\right)^2$$

$$(x_C-1)^2 + \left(x_C+10-(-3)\right)^2 = (x_C-9)^2 + (x_C+10-1)^2$$

$$(x_C-1)^2 + (x_C+13)^2 = (x_C-9)^2 + (x_C+9)^2$$

$$x_C^2 - 2x_C + 1 + x_C^2 + 26x_C + 169 = x_C^2 - 18x_C + 81 + x_C^2 + 18x_C + 81$$

$$24x_C = -8$$

$$x_C = -\frac{1}{3}$$

Zatem $x_C + 10 = -\frac{1}{3} + 10 = \frac{29}{3}$ i $C = \left(-\frac{1}{3}, \frac{29}{3}\right)$.

<u>Sposób 3.</u> (twierdzenie Pitagorasa)
Współrzędne wierzchołka B obliczamy tak, jak w sposobie 1.
Wierzchołek $C = (x_C, y_C)$ leży na prostej o równaniu $y = x+10$, więc $C = (x_C, x_C+10)$.
Ponieważ $|AC| = |BC|$, więc kąt ASC jest prosty. Stosujemy twierdzenie Pitagorasa do trójkąta ASC i otrzymujemy

$$|AS|^2 + |CS|^2 = |CA|^2$$

$$\sqrt{20}^2 + \left(\sqrt{(x_C-5)^2 + \left(y_C-(-1)\right)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x_C-1)^2 + (y_C-(-3))^2}\right)^2$$

Stąd otrzymujemy dalej

$$20 + (x_C-5)^2 + (y_C+1)^2 = (x_C-1)^2 + (y_C+3)^2$$

$$20 + (x_C-5)^2 + (x_C+10+1)^2 = (x_C-1)^2 + (x_C+10+3)^2$$

$$20 + (x_C-5)^2 + (x_C+11)^2 = (x_C-1)^2 + (x_C+13)^2$$

$$20 + x_C^2 - 10x_C + 25 + x_C^2 + 22x_C + 121 = x_C^2 - 2x_C + 1 + x_C^2 + 26x_C + 169$$

$$-12x_C = 4$$

$$x_C = -\frac{1}{3}$$

Zatem $x_C + 10 = -\frac{1}{3} + 10 = \frac{29}{3}$ i $C = \left(-\frac{1}{3}, \frac{29}{3}\right)$.

Ocena prac osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Obowiązują zasady oceniania stosowane przy sprawdzaniu prac zdających bez stwierdzonej dyskalkulii z dodatkowym uwzględnieniem:

I. ogólnych zasad oceniania zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią (punkty 1.–12.)
II. dodatkowych szczegółowych zasad oceniania zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią – matura z matematyki, poziom podstawowy, termin dodatkowy 2022.

I. Ogólne zasady oceniania zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

1. Nie należy traktować jako błędy merytoryczne pomyłek, wynikających z:
   - błędnego przepisania,
   - przestawienia cyfr,
   - zapisania innej cyfry, ale o podobnym wyglądzie,
   - przestawienia położenia przecinka.
2. W przypadku błędów, wynikających ze zmiany znaku liczby, należy w każdym zadaniu oddzielnie przeanalizować, czy zdający opanował inne umiejętności, poza umiejętnościami rachunkowymi, oceniane w zadaniu. W przypadku opanowania badanych umiejętności zdający powinien otrzymać przynajmniej 1 punkt.
3. We wszystkich zadaniach otwartych, w których wskazano poprawną metodę rozwiązania, części lub całości zadania, zdającemu należy przyznać przynajmniej 1 punkt, zgodnie z kryteriami do poszczególnych zadań.
4. Jeśli zdający przedstawia nieprecyzyjne zapisy, na przykład pomija nawiasy lub zapisuje nawiasy w niewłaściwych miejscach, ale przeprowadza poprawne rozumowanie lub stosuje właściwą strategię, to może otrzymać przynajmniej 1 punkt za rozwiązanie zadania.
5. W przypadku zadania wymagającego wyznaczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi poprawną metodę wyznaczania pierwiastków trójmianu kwadratowego, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
6. W przypadku zadania wymagającego rozwiązania nierówności kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli stosuje poprawny algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowej, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
7. W przypadku zadania wymagającego stosowania własności funkcji kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt za wykorzystanie konkretnych własności funkcji kwadratowej, istotnych przy poszukiwaniu rozwiązania.
8. W przypadku zadania wymagającego zastosowania własności ciągów arytmetycznych lub geometrycznych zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi wykorzystanie takiej własności ciągu, która umożliwia znalezienie rozwiązania zadania.
9. W przypadku zadania wymagającego analizowania figur geometrycznych na płaszczyźnie kartezjańskiej zdający może otrzymać punkty, jeżeli przy poszukiwaniu rozwiązania przedstawi poprawne rozumowanie, wykorzystujące własności figur geometrycznych lub zapisze zależności, pozwalające rozwiązać zadanie.

10. W przypadku zadania z rachunku prawdopodobieństwa zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeśli przy wyznaczaniu liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających rozważanemu zdarzeniu przyjmuje określoną regularność lub podaje prawidłową metodę wyznaczenia tej liczby zdarzeń elementarnych.
11. W przypadku zadania z geometrii zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeżeli podaje poprawną metodę wyznaczenia długości odcinka potrzebnej do znalezienia rozwiązania.
12. W przypadku zadania wymagającego przeprowadzenia dowodu (z zakresu algebry lub geometrii), jeśli w przedstawionym rozwiązaniu zdający powoła się na własność, która wyznacza istotny postęp, prowadzący do przeprowadzenia dowodu, to może otrzymać 1 punkt.

II. <u>Dodatkowe szczegółowe zasady oceniania zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią</u>

Zadanie 29.

Zdający otrzymuje 1 pkt, jeżeli:

- stosuje poprawną metodę obliczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego $-3x^2 - 10x + 8$, tzn. stosuje wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego i oblicza te pierwiastki, popełniając błędy o charakterze dyskalkulicznym

ALBO

- w wyniku obliczeń otrzyma wyróżnik ujemny, ale konsekwentnie narysuje parabolę,

ALBO

- poprawnie rozwiązuje nierówność $-3x^2 + 8 \geq 0$ (tzn. stosuje się punkt 6. ogólnych zasad oceniania),

ALBO

- dla wyznaczonych przez siebie pierwiastków oraz rozpatrywanego trójmianu i nierówności konsekwentnie wyznaczy zbiór rozwiązań tej nierówności.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału otwartego, to może otrzymać co najwyżej **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający, rozwiązując nierówność, pomyli porządek liczb na osi liczbowej, np. zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $\left\langle \frac{2}{3}, -4 \right\rangle$, to może otrzymać **2 punkty** za całe rozwiązanie.
3. <u>Nie stosuje się</u> uwag 2. i 3. z zasad oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 30.

Zdający otrzymuje 1 pkt, jeżeli:

przekształcając nierówność $\left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y\right)^2 < \frac{x^2+4y^2}{5}$, zastosuje wzór skróconego mnożenia na kwadrat sumy, popełniając błędy dyskalkuliczne.

Zadanie 31.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 32.

Zdający otrzymuje 1 pkt, jeżeli:

zapisze jedno równanie z dwiema niewiadomymi (z których jedną jest x), wynikające z treści zadania, np.: $3x+2=x\cdot q$ lub $9x+16=x\cdot q^2$.

Zadanie 33.

Zdający otrzymuje 1 pkt, jeżeli:

zapisze równanie wynikające z zastosowania do trójkąta ABC twierdzenia Pitagorasa, np. $|AC|^2+24^2=26^2$.

Zadanie 34.

Zdający otrzymuje 1 pkt, jeżeli:

zapisze jedynie liczbę 46 (należy traktować to jako wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych).

Uwaga:

W ocenie rozwiązania zadania 34. (dla zdających z dyskalkulią) nie stosuje się uwagi 1. do zadania ze standardowych zasad oceniania.

Zadanie 35.

Zdający otrzymuje 1 pkt, jeżeli:

zastosuje poprawną metodę obliczenia współczynnika kierunkowego równania prostej AB.